

В. А. Овчаренко, С. В. Подлесний,
С. М. Зінченко



ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
ДДМА
2008

**ОСНОВИ МЕТОДУ
КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ
І ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ
В ІНЖЕНЕРНИХ
РОЗРАХУНКАХ**

УДК 621.539.4

ББК 34.4

О 35

Рецензенти:

Львов Г.І., д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри динаміки та міцності машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;

Авраменко К.В., д-р техн. наук, професор, провідний науковий співробітник відділу нестационарних механічних процесів Інституту проблем Машинобудування НАН України ім. А.М.Підгорного;

Бейгельзімер Я.Ю., д-р техн. наук, професор, провідний науковий співробітник Донецького фізико-технічного інституту НАН України.

Гриф надано Міністерством освіти і науки України
Лист № 1.4/18-Г-1935 від 08.11.2007

Овчаренко В.А., Подлесний С.В., Зінченко С.М.

О 35 Основи методу кінцевих елементів і його застосування в інженерних розрахунках: Навчальний посібник. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 380 с.
ISBN 978-966-379-224-8

У навчальному посібнику дані основні відомості про метод кінцевих елементів для різних видів вантаження стрижнів, товстостінних циліндрів, пластин і оболонок. Наведені практичні розрахунки машинобудівних конструкцій з контрольними прикладами, блок-схеми і тексти програм їх реалізації на ПЕВМ. Може бути корисним студентам механічних спеціальностей, аспірантам та інженерам.

УДК 621.539.4

ББК 34.4

ISBN 978-966-379-224-8

© В.А.Овчаренко,
С.В.Подлесний
С.М.Зінченко, 2008
© ДДМА, 2008

ЗМІСТ

Вступ	8
1 Основи методу кінцевих елементів	8
1.1 Поняття про метод кінцевих елементів	8
1.2 Опис властивостей кінцевого елемента.....	9
1.2.1 Функція переміщень	9
1.2.2 Функція деформацій	10
1.2.3 Функція напружень.....	11
1.3 Система рівнянь МКЕ для конструкції в цілому	11
2 Розрахунок ступінчастого стрижня, який працює на розтягання	13
2.1 Основні залежності опору матеріалів при розтяганні – стисканні ...	13
2.2 Функція переміщень	14
2.3 Вектори деформацій, напружень і зусиль	14
2.4 Матриця жорсткості для кінцевого елемента.....	15
2.5 Приклад	16
3 Розрахунок стрижневих систем, що працюють на розтягання	18
3.1 Розрахунок плоских ферм	18
3.2 Розрахунок просторових ферм	21
3.3 Приклад	22
4 Розрахунок на міцність круглих валів	27
4.1 Основні залежності опору матеріалів при крученні	27
4.2 Функція переміщень для кінцевого елемента	29
4.3 Вектори деформацій, напружень і зусиль	30
4.4 Матриця жорсткості кінцевого елемента	31
4.5 Приклад	32
5 Розрахунок балок	35
5.1 Поняття про згинання. Основні залежності при згинанні	35
5.2 Функція переміщень при згинанні.....	38
5.3 Вектори деформацій, напружень і зусиль	40
5.4 Матриця жорсткості кінцевого елемента	42
5.5 Врахування впливу розподіленого навантаження на величину навантажень у вузлах.....	43
5.6 Приклад	44
6 Розрахунок плоских рам.....	48

6.1 Згинання з розтяганням плоского стрижня	48
6.2 Матриця жорсткості в локальних координатах для кінцевого елемента при згинанні з розтяганням	49
6.3 Матриця жорсткості для стрижнів плоскої рами.....	51
6.4 Приклад	53
7 Розрахунок стрижнів, що випробовують складне згинання	60
7.1 Основні залежності опору матеріалів при складному згинанні.....	60
7.2 Матриця жорсткості кінцевого елемента при складному згинанні	62
7.3 Приклад	63
8 Розрахунок стрижнів, що випробовують складне згинання з крученням	71
8.1 Основні залежності при згинанні з крученням	71
8.2 Матриця жорсткості кінцевого елемента при згинанні з крученням .	72
8.3 Приклад	74
9 Розрахунок просторових стрижневих систем	81
9.1 Основні залежності МКЕ для просторової стрижневої системи	81
9.2 Реалізація розрахунку просторової стрижневої системи МКЕ на ПЕОМ	85
9.2.1 Блок-схеми програми.....	85
9.2.2 Введення початкових даних	89
9.2.3 Результати розрахунку і їх аналіз	92
10 Розрахунок плоскої задачі теорії пружності	95
10.1 Поняття про плоску задачу теорії пружності	95
10.2 Узагальнений закон Гука	95
10.3 Плоский напружений стан	96
10.4 Плоский деформований стан	98
10.5 Зв'язок між деформаціями і переміщеннями.....	99
10.6 Зв'язок між напруженнями і переміщеннями.....	101
10.7 Функція переміщень для кінцевого трикутного елемента.....	102
10.8 Матриця жорсткості для трикутного кінцевого елемента	105
10.9 Функція переміщення для прямокутного кінцевого елемента	106
10.10 Приклад.....	107
10.11 Реалізація напружено-деформованого стану конструкції за допомогою ПЕОМ	111
10.11.1 Введення початкових даних.....	111

10.11.2	Виведення початкових даних на екран і у файл.....	113
10.11.3	Визначення коефіцієнтів матриці жорсткості елемента ..	113
10.11.4	Формування матриці жорсткості конструкції	114
10.11.5	Рішення системи рівнянь.....	114
10.11.6	Визначення зусиль і напружень	115
10.11.7	Виведення результатів розрахунків на екран і у файл.....	115
11	Розрахунок вісесиметричної задачі теорії пружності.....	115
11.1	Особливості вісесиметричної задачі теорії пружності	115
11.2	Функція переміщення	117
11.3	Вектори деформацій і напружень	118
11.4	Матриця жорсткості кінцевого елемента.....	119
11.5	Приклад	120
11.6	Тестове завдання	125
11.7	Блок-схеми програми для ПЕОМ вісесиметричної задачі теорії пружності.....	126
11.8	Розрахунок пресових посадок	129
12	Розрахунок вісесиметричних тіл при довільному навантаженні	131
12.1	Симетричне навантаження	132
12.2	Кососиметричне навантаження	136
13	Розрахунок пластин	140
13.1	Поняття про пластини. Гіпотеза Кирхгофа	140
13.2	Зв'язок між переміщеннями, деформаціями і зусиллями	142
13.3	Функція переміщень для прямокутного елемента	145
14	Напружено-деформований стан тонкостінних конструкцій	147
14.1	Визначення параметрів кінцевого елемента.....	148
14.2	Жорсткість плоского трикутного елемента в глобальній системі координат	157
14.3	Програма визначення деформацій і напружень в тонкостінних конструкціях	161
14.3.1	Сутність програми	161
14.3.2	Апробація програми.....	161
14.3.3	Висновки з апробації програми.....	170
15	Напружено-деформований стан тонкостінних тіл обертання при довільному вантаженні.....	170
15.1	Представлення зовнішнього навантаження.....	171

15.2	Формування матриць жорсткості кінцевого елемента	176
15.3	Формування матриці жорсткості конструкції і системи рівнянь рівноваги вузлів	191
15.4	Врахування граничних умов	196
15.5	Визначення переміщень і напружень	197
15.6	Блок-схеми програми.....	199
15.7	Апробації методики на класичних прикладах розрахунків.....	211
15.7.1	Розрахунок кільцевої пластини під дією розподіленого навантаження	211
15.7.2	Розрахунок конічної кришки під дією кільцевого розподіленого навантаження	213
15.7.3	Розрахунок ступінчастої циліндрової кришки під дією рівномірного тиску.....	215
15.7.4	Висновки з апробації методики	215
16	Розрахунок об'ємної задачі теорії пружності	217
16.1	Поняття про об'ємну задачу теорії пружності	217
16.2	Функція переміщення для тетраедра.....	219
16.3	Вектори деформацій і напружень.....	221
16.4	Матриця жорсткості для тетраедра	222
16.5	Функція переміщень і матриця жорсткості для паралелепіпеда ...	223
17	Розрахунок віброізолюваного фундаменту шаботного молота	223
17.1	Модель розрахунку віброізолюваного фундаменту.....	224
17.2	Приклад розрахунку і аналіз коливань	224
18	Розрахунок процесу ущільнення дискретного матеріалу в умовах нелінійної нестационарної теплопровідності	243
18.1	Отримання математичної моделі об'єкта	244
18.2	Рішення задачі ущільнення дискретного матеріалу в умовах одновимірної нелінійної нестационарної теплопровідності	249
18.3	Розрахунок поля температур і рішення задачі теплопровідності методом кінцевих елементів.....	252
18.4	Розрахунок поля щільності	261
18.5	Визначення оптимальних параметрів процесу пресування при охолодженні нагрітої заготовки	266
Додаток А. Текст програми розрахунку просторових стрижневих систем STERGV		270

Додаток Б. Текст програми плоскої задачі теорії пружності	288
Додаток В. Текст програми розрахунку вісесиметричних товстостінних циліндрів	304
Додаток Г. Текст програми автоматичного розбиття конструкції на елементи.....	312
Додаток Д. Текст програми розрахунку тонкостінних просторових систем	329
Додаток Е. Текст програми розрахунку процесу ущільнення пористого матеріалу.....	356
Додаток Ж. Інтегрування функцій форми.....	376
Література	378